Notion 8

Fonctions affines et linéaires

I. Définition et premiers calculs

1. Fonction linéaire

On appelle fonction linéaire de coefficient a toute fonction qui a un nombre x associe le nombre $a \times x$ (c'est à dire $x \rightarrow a \times x$) où a est un nombre.

2. Fonction affine

On appelle fonction affine toute fonction qui a un nombre x associe le nombre $a \times x + b$ (c'est à dire $x \rightarrow a \times x + b$) où a et b sont des nombres.

Remarques

- Une fonction linéaire est une fonction affine particulière ($b = 0$).
- Les fonctions linéaires traduisent des situations de proportionnalité.
- Lorsque $a = 0$, la fonction est une fonction constante : à tout nombre x, elle associe le nombre b.

3. Propriétés

- Tout nombre admet une unique image par une fonction affine ou linéaire.
- Tout nombre admet un unique antécédent par une fonction affine ou linéaire.

Exemple : Fonction linéaire

Soit f la fonction linéaire tel que $f(x) = 5x$
a. Calcule l'image de 6 par la fonction f.
b. Détermine l'antécédent de 2 par la fonction f.

a. $f(x) = 5x$ → On remplace x par 6
$f(6) = 5 \times 6$ → On calcule
$f(6) = 30$ → L'image de 6 par f est 30

b. $f(x) = 2$ → on cherche le nombre x qui a pour image 2.
$5x = 2$ → on résout
$x = 0,4$ → L'antécédent de 2 par f est 0,4.

Exemple : Fonction affine

Soit g la fonction affine tel que $g(x) = 2x - 6$
a. Calcule l'image de 4 par la fonction g.
b. Détermine l'antécédent de 7 par la fonction g.

a. $g(x) = 2x - 6$ → on remplace x par 4
$g(4) = 2 \times 4 - 6$ → on calcule
$g(4) = 2$ → L'image de 4 par g est 2.

b. $g(x) = 7$ → on cherche le nombre x qui a pour image 7.
$2x - 6 = 7$ → on résout
$x = 6,5$ → L'antécédent de 7 par g est 6,5.

II. Représentation graphique

1. Propriété

La représentation graphique d'une fonction affine de la forme g : $\boldsymbol{a} \times x + \boldsymbol{b}$ est une **droite**.
Dans le cas d'une fonction linéaire ($b = 0$), cette **droite passe par l'origine** du repère et par le point de coordonnées (1 ; $\boldsymbol{a}$).

Remarques

a s'appelle **le coefficient directeur** de la droite : il donne l'accroissement de $f(x)$ lorsque x augmente d'une unité.
b s'appelle **l'ordonnée à l'origine** : $f(0) = b$. La droite passe par le point de coordonnées (0 ; b).

Fonction linéaire

Représenter graphiquement la fonction linéaire *f* définie par *f(x)* = − 0,5*x*.

f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points :

- On calcule $f(6) = -3$ (par exemple)
- Le point A(6 ; -3) appartient à la droite.

On trace (d_f) qui passe par l'origine et par le point A.

Fonction affine

Représente graphiquement la fonction affine *g* définie par g : *x*   3*x* − 2.

g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.

- On calcule $g(-1) = -5$ (par exemple)
- Le point B(-1 ; -5) appartient à la droite.
- On calcule $g(2) = 4$ (par exemple)
- Le point C(2 ; 4) appartient à la droite.

On trace (d_g) qui passe par les points B et C.

Représentation graphique