Notion 10

Équations-produits et identités remarquables

I. Les trois identités

1. Propriétés

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2. Développement

$A = (x + 2)(x - 2)$
$A = x^2 - 2^2$
$A = x^2 - 4$

$B = (3x - 5)(3x + 5)$
$B = (3x)^2 - 5^2$
$B = 9x^2 - 25$

3. Factorisation

$A = x^2 - 36$
$A = x^2 - 6^2$
$A = (x + 6)(x - 6)$

$A = 16x^2 - 25$
$A = (4x)^2 - 5^2$
$A = (4x + 5)(x - 5)$

II. Équations-produits

1. Propriété

Si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$

Si un produit de facteur est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exemple

Résoudre l'équation $(2x - 7)(-4x + 16) = 0$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Alors $2x - 7 = 0$ ou $-4x + 16 = 0$

$2x = 7$ $\quad$ $-4x = -16$

$x = 3{,}5$ $\quad$ $x = 4$

On note S = { 3,5 ; 4 } les solutions de l'équation-produit.

III. Équation de la forme $x^2 = a$

1. Propriété

Les solutions d'une équation du type $x^2 = a$ (a étant connu) dépendent de la valeur de a.

- Si $a > 0$, il y a deux solutions $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$
- Si $a = 0$, il y a une seule solution $x = 0$.
- Si $a < 0$, il n'y a pas de solution réelle.

Exemples

1. Résoudre $x^2 = 5$
Les solutions de l'équation sont $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$

2. Résoudre $x^2 = -7$
Cette équation n'a pas de solution réelle.

3. Résoudre $x^2 = 0$
L'unique solution de l'équation est 0.